**第三讲：一次函数解析式及一次函数的应用**

**一、课程目标**

1.能根据所给信息（图象、表格、实际问题等）利用待定系数法确定一次函数的解析式；

2．并利用所学一次函数相关知识解决简单的实际问题．

**二、课程内容**

**知识点一 用待定系数法确定一次函数解析式**

（1）定义：先设出函数解析式，再根据条件确定解析式中未知的系数，从而具体写出这个式子的方法，叫做待定系数法．

（2）用待定系数法求函数解析式的一般步骤：

①根据已知条件写出含有待定系数的解析式；

②将的几对值，或图象上的几个点的坐标代入上述解析式中，得到以待定系数为未知数的方程或方程组；

③解方程（组），得到待定系数的值；

④将求出的待定系数代回所求的函数解析式中，得到所求的函数解析式．

**题型一 用点的坐标值求一次函数解析式**

**例1-1** 某一次函数的图象与*y*轴交点于点，且过点，求此一次函数的解析式

【解】该题考查的是求一次函数解析式．

设一次函数解析式为，

将，分别代入，

，

∴解得，

∴一次函数解析式为

**配套练习1-1** 已知 中，其中与成正比例，与成正比例，且当时，；当 时， ，求*y*与*x*之间的函数关系式.

【思路分析】

 与*x*成正比例，可设，与成正比例，可把看成一个整体，设，利用待定系数法即可求解.

【解】

设，，则 ，  
根据题意得 ，  
计算得出： .  
 .

**(易错)题型二 给定自变量和函数值的取值范围求解一次函数解析式**

**例1-2** (中考真题)已知：一次函数，当时，，求*k*和*b*的值.

【思路分析】

分和两种情况，结合一次函数的增减性，可得到关于*k*、*b*的方程组，求解即可.

【解】  
当时，此函数是增函数，  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14dae80dba37420.png当时，，  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14dae80e14015e7.png当时，；当时，，  
，计算得出 ；  
当时，此函数是减函数，  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14dae80dba37420.png当时，，  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14dae80e14015e7.png当时，；当时，，  
，计算得出.

**配套练习1-2**已知一次函数中自变量*x*的取值范围为-2≤*x*≤6，相应的函数值的取值范围为-11≤*y*≤9.求此函数的解析式.

【思路分析】

函数解析式为*y*=*kx*+*b*，没有给出*k*的取值范围故要分两种情况进行讨论，即*k*＞0；*k*＜0；

当*k*＞0时，*y*随*x*的增大而增大，则有*x*=-2时，*y*=-11；*x*=6时，*y*=9，将其代入函数解析式中求解，即可得到一次函数解析式；

当*k*＜0时，*y*随*x*的增大而减小，则有*x*=-2时，*y*=9；*x*=6时，*y*=-11，同理将其代入函数解析式中求解，即可得到另一个函数解析式.

【解】

①当*k*＞0时，*y*随*x*的增大而增大，则有：

当*x*=-2，*y*=-11；当*x*=6时，*y*=9，把它们代入*y*=*kx*+*b*中可得

 ，

∴  ，

∴函数解析式为*y*=*x*-6.

②当*k*＜0时*y*随*x*的增大而减小，则有：

当*x*=-2时，*y*=9；当*x*=6时，*y*=-11，把它们代入*y*=*kx*+*b*中可得

，

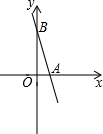
∴    ，

∴函数解析式为*y*=-*x*+4，

∴函数解析式为*y*=*x*-6或*y*=-*x*+4.

**题型三 利用几何图形的性质求一次函数解析式**

**例1-3** 已知：如图，在平面直角坐标系中，一次函数的图象分别与轴交于点A、B，点P在轴的负半轴上，的面积为12．若一次函数的图象经过点P和点B，求这个一次函数表达式．



【答案】

【解】该题考查的是一次函数解析式的求法．

令，得

∴A点坐标为

令，得

∴B点坐标为

∵

∴

即

∴P点的坐标分别为或

∵点P在轴的负半轴上，

∴

∵一次函数的图象经过点P和点B

∴

∴

∴这个一次函数的表达式为

**知识点二 一次函数的应用**

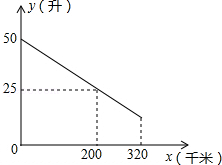
利用一次函数解决实际问题，关键是分析题中的数量关系，联系实际生活及以前学过的内容，将实际问题抽象、升华为一次函数模型，即建模，再利用一次函数的性质解决问题.一次函数的应用主要有两种类型：

(1)给出了一次函数解析式，直接应用一次函数的性质解决问题；

(2)只用语言叙述或用表格、图象提供一次函数的情境时，应先求出解析式，进而利用一次函数的性质解决问题.  
要点精析：“建模”可以把实际问题转化为关于一次函数的数学问题，转化的关键是确定函数的解析式，并确定实际问题中自变量的取值范围.

**题型一 一次函数图象相关的实际问题**

**例**2-1小王开车从甲地到相距320千米的乙地，如果油箱剩余油量（升）与行驶里程（千米）满足一次函数关系，其图象如图所示，则与的函数解析式为\_\_\_\_\_，到达乙地时油箱剩余油量是\_\_\_\_\_升.



【答案】；10

【解】该题考查的是一次函数解析式的求法及函数的性质．

设*y*与*x*的函数解析式为，由函数图象，得



解得：，

∴，

当时，，

∴

**配套练习2-1** 为了鼓励市民节约用水，红旗自来水公司制定了新的用水收费标准，每月用水量*x*（吨）与应付水费*y*（元）的函数关系如图．  
（1）求出当月用水量不超过5吨时，*y*与*x*之间的函数关系式；  
（2）某居民某月用水量为8吨，求应付的水费是多少？

5

*x*（吨）

*y*（元）

O

5

10

12

【答案】（1）（2）元

【解】该题考查的是根据一次函数图象解实际问题．

（1）当月用水量不超过5吨时，函数图象经过和点，代入，解得

（2）当超出5吨后，函数经过和两点，代入，

列出方程，解得，

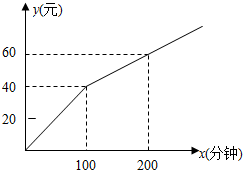
所以后半段的解析式为 ，

将用水量代入，解得元

答：应付水费元．

**题型二 求解分段函数解决实际问题**

**例2-2** 某移动公司采用分段计费的方法来计算话费，月通话时间（分钟）与相应话费（元）之间的函数图象如图所示：



（1）月通话为100分钟时，应交话费多少元？   
（2）当时，求与之间的函数关系式；   
（3）月通话为280分钟时，应交话费多少元？

【思路分析】

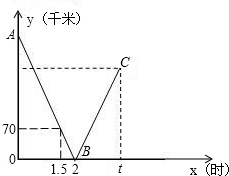
（1）根据函数图形可以得到当*x*取100时*y*的值，指出来即可；  
（2）从*x*的取值范围中找到直线经过的两点，用待定系数法求出函数的解析式即可；  
（3）将*x*的值代入上题求得的函数解析式即可求出应缴话费．

【解】（1）40元；  
（2）设*y*与*x*之间的函数关系式为*y*=*kx*+*b*  
由图上知：*x*=100时，*y*=40；*x*=200时，*y*=60  
则有



解之得  
∴所求函数关系式为；  
（3）把*x*=280代入关系式  
∴*y*=×280+20=76

∴应交话费76元.

**配套练习2-2** 一辆快车从甲地驶往乙地，一辆慢车从乙地驶往甲地，两车同时出发，匀速行驶.设行驶的时间为*x*(时)，两车之间的距离为*y*(千米)，图中的折线表示从两车出发至快车到达乙地过程中*y*与*x*之间的函数关系.  


(1)根据图中信息，求线段AB所在直线的函数解析式和甲乙两地之间的距离；  
(2)已知两车相遇时快车比慢车多行驶40千米，若快车从甲地到达乙地所需时间为*t*时，求*t*的值；

【思路分析】

(1)设出AB所在直线的函数解析式，由解析式可以算出甲乙两地之间的距离.  
(2)设出两车的速度，由图象列出关系式.

【解】(1)设直线AB的解析式为.  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14dae80dba37420.png直线AB经过点，，  
，  
计算得出.  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14dae80e14015e7.png直线AB的解析式为.  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14dae80dba37420.png当时，.  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14dae80e14015e7.png甲乙两地之间的距离为280千米.  
(2)设快车的速度为*m*千米/时，慢车的速度为*n*千米/时.  
根据题意可得，  
计算得出.  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14dae80e14015e7.png快车的速度为80千米/时.  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14dae80e14015e7.png快车从甲地到达乙地所需时间为小时；

**题型三 利用一次函数性质解方案选择问题**

**例3-1** 为绿化校园，某校计划购进，两种树苗，共21棵，已知种树苗每棵元，种树苗每棵元.设购买种树苗棵，购买两种树苗所需费用为元.

（1）与的函数关系式为：\_\_\_\_\_ .

（2）若购买种树苗的数量少于种树苗的数量，请给出一种费用最省的方案，并求出该方案所需的费用.

【思路分析】

本题主要考查一次函数的应用.

（1）根据题意可出函数关系式：*y*=70*x*+90(21-*x*)=-20*x*+1890 .

（2）先根据题意确定的范围为，再根据一次函数的性质，得出在取值范围内取最大值时，即当时，取最小值，最后将代入一次函数解析式即可求出费用最省的方案以及所需费用.

【解】（1）.

（2）由题意知，若购买https://gallery.fbcontent.cn/latex?decode=false&latex=%24%24B%24%24%25种树苗的数量少于种树苗的数量，

则，解得 ，又因为为整数，故.

又因为一次函数，，随的增大而减小，

所以当时，取最小值.

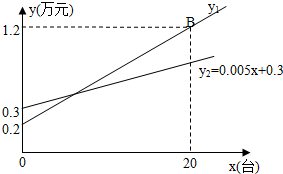
当时，种树苗个数为：棵.

则费用最省的方案是：购买种树苗棵，购买种树苗棵，

所需费用为：元.

**配套练习3-1** 某健身器材销售公司通过“红十字会”向灾区献爱心，捐出了月份全部销售利润．已知该公司月份只售出甲、乙、丙三种型号器材若干台，每种型号器材不少于台，月份支出包括这批器材进货款万元和其他各项支出(含人员工资和杂项开支)万元．这三种器材的进价和售价如下表，人员工资(万元)和杂项支出(万元)分别与总销售量（台）成一次函数关系（如图）.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 型号 | 甲 | 乙 | 丙 |
| 进价（万元/台） | 0.9 | 1.2 | 1.1 |
| 售价（万元/台） | 1.2 | 1.6 | 1.3 |



(1)求与的函数解析式；

(2)求月份该公司的总销售量；

(3)设公司月份售出甲种型号器材台，月份总销售利润为(万元)，求与的函数关系式；(销售利润=销售额－进价－其他各项支出)

(4)请推测该公司这次向灾区捐款金额的最大值.

**思路分析：**看懂图象和表格是解本题的关键，因为是关于的增函数，所以要求的最大值就得先求出满足条件的最大值，再代入解析式求即可.

【解】（1）设，则：

解得

∴与的函数解析式为

（2）依题意得：

解得

∴5月份该公司的总销售量为台.

（3）设月份售出乙种型号器材台，则售出丙种型号器材（）台，

，整理得



即与的函数关系式为.

（4）依题意有解得，所以最大为.

因为是关于的一次函数，由（3）知随的增大而增大

∴当（台）时， （万元）

所以该公司这次向灾区捐款金额的最大值为万元